

A SUMMARY OF LIMIT THEOREMS

by

Donald C. Pfaff, A.B., M.A., Ph.D., G.A.A.M.K.I.A.

Assume that L and M are non-zero real numbers. The following table is intended to display many of the basic properties of limits. The first two entries on each line give the limit of $f(x)$ and $g(x)$ as x approaches something. The remaining entries describe what we can say for sure about the value of the limit of the indicated algebraic combination of f and g . Note that when 0^+ appears, it means that the function approaches 0 through positive values, and a similar remark holds for 0^- .

f	g	$f + g$	$f - g$	$f \cdot g$	f/g
L	M	$L + M$	$L - M$	$L \cdot M$	L/M
0	M	M	$-M$	0	0
L	0^+	L	L	0	∞ if $L > 0$ $-\infty$ if $L < 0$
0	0	0	0	0	?
$L < 0$	∞	∞	$-\infty$	$-\infty$	0
$L < 0$	$-\infty$	$-\infty$	∞	∞	0
$L > 0$	∞	∞	$-\infty$	∞	0
$L > 0$	$-\infty$	$-\infty$	∞	$-\infty$	0
∞	M	∞	∞	∞ if $M > 0$ $-\infty$ if $M < 0$	∞ if $M > 0$ $-\infty$ if $M < 0$
$-\infty$	M	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$ if $M > 0$ ∞ if $M < 0$	$-\infty$ if $M > 0$ ∞ if $M < 0$
∞	∞	∞	?	∞	?
$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$?	∞	?
$-\infty$	∞	?	$-\infty$	$-\infty$?
∞	0^+	∞	∞	?	∞
∞	0^-	∞	∞	?	$-\infty$
0	∞	∞	$-\infty$?	0