

# 1.4 SOLUTIONS

$$7. \begin{bmatrix} 4 & -5 & 7 \\ -1 & 3 & -8 \\ 7 & -5 & 0 \\ -4 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -8 \\ 0 \\ -7 \end{bmatrix}$$

$$14. \begin{bmatrix} 5 & 8 & 7 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -3 \\ 1 & 3 & 0 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -3 \\ 5 & 8 & 7 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -3 \\ 0 & -7 & 7 & -8 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & -29 \end{bmatrix} \quad \text{No}$$

$$16. \begin{bmatrix} 1 & -3 & -4 & b_1 \\ -3 & 2 & 6 & b_2 \\ 5 & -1 & -8 & b_3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & -4 & b_1 \\ 0 & -7 & -6 & b_2 + 3b_1 \\ 0 & 14 & 12 & b_3 - 5b_1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & -4 & b_1 \\ 0 & -7 & -6 & b_2 + 3b_1 \\ 0 & 0 & 0 & b_1 + 2b_2 + b_3 \end{bmatrix}$$

$A\vec{x} = \vec{b}$  does not have a solution, unless  $b_1 + 2b_2 + b_3 = 0$

$$19. \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 3 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -4 & 2 & -8 \\ 2 & 0 & 3 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & -1 & 4 \\ 0 & -4 & 2 & -8 \\ 0 & -6 & 3 & -7 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} 3 \text{ pivots} \Rightarrow \text{not every } \vec{b} \in \mathbb{R}^4 \\ \text{is a linear combination of the columns} \end{array}$$

1.4 p.2

The columns of  $A$  do not span  $\mathbb{R}^4$

$$26. \quad 3\vec{u} + (-5)\vec{v} = \vec{w} \Rightarrow 3 \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix} - 5 \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$x_1 = 3, \quad x_2 = -5.$$